

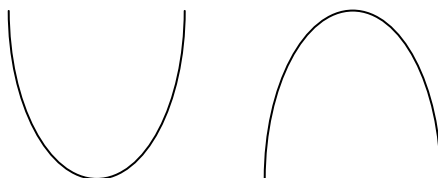
Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$

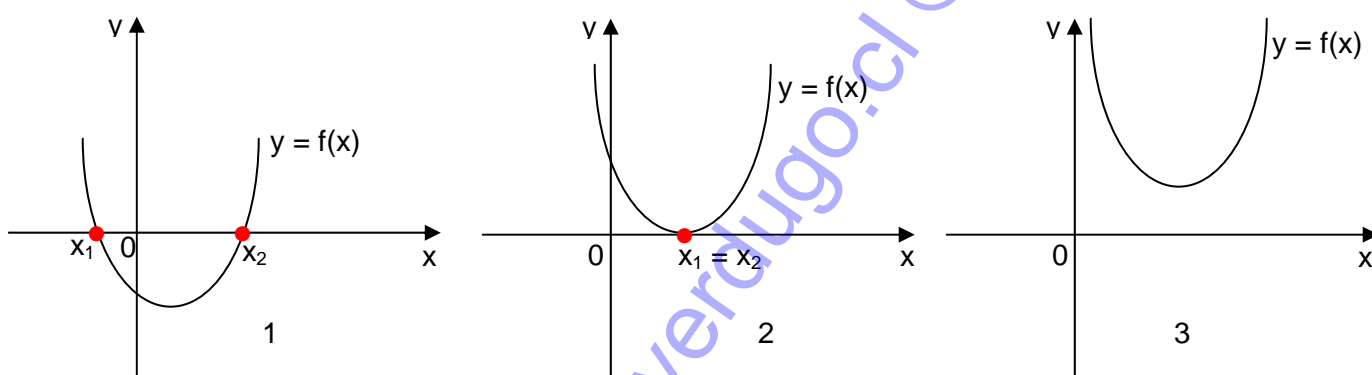
¿Qué significa solucionar una ecuación de segundo grado?

Solucionar una ecuación de segundo grado proviene de encontrar los valores de la variable independiente, usualmente x , para los que la función cuadrática $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ toma el valor 0.

En forma gráfica. Una función cuadrática $y = f(x)$ puede tener dos formas posibles, y ellas son:



Si cualquiera de esas funciones se ubica en un sistema cartesiano XY , puede asumir tres posiciones posibles.



En el caso 1, debido a que la función $f(x)$ intercepta al eje X en dos puntos, hay dos soluciones diferentes x_1 y x_2 .

En el caso 2, la función $f(x)$ intercepta al eje X en solo un punto, entonces hay dos soluciones iguales $x_1 = x_2$.

Y, en el caso 3, no hay soluciones en los números reales, esto es porque la función no se intercepta con el eje x . En este caso, debe considerarse la definición de un número imaginario puro como $\sqrt{-1} = i$. El número i no pertenece al conjunto de números reales, pertenece al de los números complejos. Y, en estricto rigor, las soluciones x_1 y x_2 existen, pero en el conjunto de los números complejos. Esto será explicado con detención en cursos superiores.

Ejercicios

Todos los ejercicios que se presentan a continuación corresponden a funciones $y = f(x)$ que se han igualado a 0. Por lo tanto, todas tienen dos soluciones posibles, podrán ser diferentes como en el caso 1, o iguales como en el caso 2, o no existir en los números reales como en el caso 3.

Primer caso: Incompletas puras. Con $b = 0$. Ecuaciones del tipo $ax^2 + c = 0$

Fórmula para resolverlas: $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$,

Es decir: $x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$ y $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$

- 1.- $3x^2 = 48$
- 2.- $5x^2 - 9 = 46$
- 3.- $7x^2 + 14 = 0$
- 4.- $9x^2 - a^2 = 0$
- 5.- $(x + 5)(x - 5) = 0$
- 6.- $(2x - 3)(2x + 3) - 135 = 0$
- 7.- $3(x + 2)(x - 2) = (x - 4)^2 + 8x$

- 8.- $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$
- 9.- $(2x - 1)(x + 2) - (x + 4)(x - 1) + 5 = 0$
- 10.- $\frac{5}{3x^2} - \frac{1}{6x^2} = \frac{7}{12}$
- 11.- $\frac{2x - 3}{x - 3} = \frac{x - 2}{x - 1}$

$$12.- \frac{x^2 - 5}{3} + \frac{4x^2 - 1}{5} - \frac{14x^2 - 1}{15} = 0$$

$$13.- 2x - 3 - \frac{x^2 + 1}{x - 2} = -7$$

$$14.- 3 - \frac{3}{4x^2 - 1} = 2$$

Segundo caso. Incompletas binomiales. Con $c = 0$. Son del tipo $ax^2 + bx = 0$

Soluciones: $x_1 = 0$ y $x_2 = -\frac{b}{a}$

$$1.- x^2 = 5x$$

$$2.- 4x^2 = -32x$$

$$3.- x^2 - 3x = 3x^2 - 4x$$

$$4.- 5x^2 + 4 = 2(x + 2)$$

$$5.- (x - 3)^2 - (2x + 5)^2 = -16$$

$$6.- \frac{x^2}{3} - \frac{x - 9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$7.- (4x - 1)(2x + 3) = (3x + 3)(x - 1)$$

$$8.- \frac{x + 1}{x - 1} = \frac{x + 4}{x - 2} = 1$$

Ecuaciones completas

Caso particular. Con $a = 1$. Son del tipo $x^2 + bx + c = 0$

Fórmula de solución: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$

Es decir: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$ y $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$

$$1.- x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$2.- x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$3.- x^2 = 19x - 88$$

$$4.- x^2 + 34x = 285$$

$$5.- 5x(x - 1) - 2(2x^2 - 7x) = -8$$

$$6.- x^2 - (7x + 6) = x + 59$$

$$7.- (x - 1)^2 + 11x + 199 = 3x^2 - (x - 2)^2$$

$$8.- (x - 2)(x + 2) - 7(x - 1) = 21$$

$$9.- 2x^2 - (x - 2)(x + 5) = 7(x + 3)$$

$$10.- (x - 1)(x + 2) - (2x - 3)(x + 4) - x + 14 = 0$$

Caso general. Son del tipo $ax^2 + bx + c = 0$

Fórmula de solución: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Es decir: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$1.- 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$2.- 4x^2 + 3x - 22 = 0$$

$$3.- x^2 + 11x = -24$$

$$4.- x^2 = 16x - 63$$

$$5.- 12x - 4 - 9x^2 = 0$$

$$6.- 5x^2 - 7x - 90 = 0$$

$$7.- 6x^2 = x + 222$$

$$8.- x + 11 = 10x^2$$

$$9.- 49x^2 - 70x + 25 = 0$$

$$10.- 12x - 7x^2 + 64 = 0$$

$$11.- x^2 = -15x - 56$$

$$12.- 32x^2 + 18x - 17 = 0$$

$$13.- 176x = 121 + 64x^2$$

$$14.- 8x + 5 = 36x^2$$

$$15.- 27x^2 + 12x - 7 = 0$$

$$16.- 15x = 25x^2 + 2$$

$$17.- 8x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$18.- 105 = x + 2x^2$$

$$19.- x(x + 3) = 5x + 3$$

$$20.- 3(3x - 2) = (x + 4)(4 - x)$$

$$21.- 9x + 1 = 3(x^2 - 5) - (x - 3)(x + 2)$$

$$22.- (2x - 3)^2 - (x + 5)^2 = -23$$

$$23.- 25(x + 2)^2 = (x - 7)^2 - 81$$

$$24.- 3x(x - 2) - (x - 6) = 23(x - 3)$$

$$25.- 7(x - 3) - 5(x^2 - 1) = x^2 - 5(x + 2)$$

$$26.- (x - 5)^2 - (x - 6)^2 = (2x - 3)^2 - 118$$

$$27.- (5x - 2)^2 - (3x + 1)^2 - x^2 - 60 = 0$$

$$28.- (x + 4)^2 - (x - 3)^2 = 343$$

$$29.- (x + 2)^2 - (x - 1)^2 = x(3x + 4) + 8$$

$$30.- (5x - 4)^2 - (3x + 5)(2x - 1) = 20x(x - 2) + 27$$

$$31.- \frac{x^2}{5} - \frac{x}{2} = \frac{3}{10}$$

$$32.- 4x - \frac{13}{x} = \frac{3}{2}$$

$$33.- \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} = 3(x-5)$$

$$34.- \frac{1}{4}(x-4) + \frac{2}{5}(x-5) = \frac{1}{5}(x^2 - 53)$$

$$35.- \frac{5}{x} - \frac{1}{x+2} = 1$$

$$36.- \frac{15}{x} - \frac{11x+5}{x^2} = -1$$

$$37.- \frac{8x}{3x+5} + \frac{5x-1}{x+1} = 3$$

$$38.- \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{6}$$

$$39.- 1 - \frac{2x-3}{x+5} = \frac{x-2}{10}$$

$$40.- \frac{x-13}{x} = 5 - \frac{10(5x+3)}{x^2}$$

$$41.- \frac{x}{x-2} - \frac{x-2}{x} = \frac{5}{2}$$

$$42.- \frac{4x^2}{x-1} - \frac{1-3x}{4} = \frac{20x}{3}$$

$$43.- \frac{3x-1}{x} - \frac{2x}{2x-1} - \frac{7}{6} = 0$$

$$44.- \frac{5x-8}{x-1} = \frac{7x-4}{x+2}$$

$$45.- \frac{x+3}{2x-1} - \frac{5x-1}{4x+7} = 0$$

$$46.- \frac{1}{4-x} - \frac{1}{6} = \frac{1}{x+1}$$

$$47.- \frac{x+4}{x+5} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{24}$$

$$48.- \frac{5}{x^2} - \frac{6}{x+1} = 3\frac{5}{8}$$

$$49.- \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{2x+9}{x+3}$$

$$50.- \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x+1}$$

Resolver mediante procedimiento de **factorización**.

$$1.- x^2 - x - 6 = 0$$

$$2.- x^2 + 7x = 18$$

$$3.- 8x - 65 = -x^2$$

$$4.- x^2 = 108 - 3x$$

$$5.- 2x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$6.- 6x^2 = 10 - 11x$$

$$7.- 20x^2 - 27x = 14$$

$$8.- 7x = 15 - 390x^2$$

$$9.- 60 = 8x^2 + 157x$$

$$10.- x(x-1) - 5(x-2) = 2$$

$$11.- (x-2)^2 - (2x+3)^2 = -80$$

$$12.- \frac{6}{x^2} - \frac{9}{x} = -\frac{4}{3}$$

$$13.- \frac{x+2}{x} + x = \frac{74}{x}$$

$$14.- (x+2)^2 - \frac{2x-5}{3} = 3$$

$$15.- \frac{x}{x-2} + x = \frac{3x+15}{4}$$

$$16.- \frac{6}{x-4} - \frac{4}{x} = \frac{5}{12}$$

$$17.- (x-2)^3 - (x-3)^3 = 37$$

$$18.- \frac{x-1}{x+1} - 2 = \frac{x+3}{3}$$

$$19.- \frac{4x-1}{2x+3} = \frac{2x+1}{6x+5}$$

$$20.- \frac{3x+2}{4} = 5 - \frac{9x+14}{12x}$$

Ecuaciones literales.

$$1.- x^2 + 2ax - 35a^2 = 0$$

$$2.- 10x^2 = 36a^2 - 3ax$$

$$3.- a^2x^2 + abx - 2b^2 = 0$$

$$4.- 89bx = 42x^2 + 22b^2$$

$$5.- x^2 + ax = 20a^2$$

$$6.- 2x^2 = abx + 3a^2b^2$$

$$7.- b^2x^2 + 2abx = 3a^2$$

$$8.- x^2 + ax - bx = ab$$

$$9.- x^2 - 2ax = 6ab - 3bx$$

$$10.- 3(2x^2 - mx) + 4nx - 2mn = 0$$

$$11.- x^2 - a^2 - bx - ab = 0$$

$$12.- abx^2 - x(b-2a) = 2$$

$$13.- x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$$

$$14.- 4x(x-b) + b^2 = 4m^2$$

$$15.- x^2 - b^2 + 4a^2 - 4ax = 0$$

$$16.- x^2 - (a+2)x = -2a$$

$$17.- x^2 + 2x(4-3a) = 48a$$

$$18.- x^2 - 2x = m^2 + 2m$$

$$19.- x^2 + m^2x(m-2) = 2m^5$$

$$20.- 6x^2 - 15ax = 2bx - 5ab$$

$$21.- \frac{3x}{4} + \frac{a}{2} - \frac{x^2}{2a} = 0$$

$$22.- \frac{2x-b}{2} = \frac{2bx-b^2}{3x}$$

$$23.- \frac{a+x}{a-x} + \frac{a-2x}{a+x} = -4$$

$$24.- \frac{x^2}{x-1} = \frac{a^2}{2(a-2)}$$

$$25.- \quad x + \frac{2}{x} = \frac{1}{a} + 2a$$

$$26.- \quad \frac{2x-b}{b} - \frac{x}{x+b} = \frac{2x}{4b}$$

Ecuaciones irracionales de segundo grado. Es indispensable comprobar las dos raíces que se encuentran.

$$1.- \quad x + \sqrt{4x+1} = 5$$

$$2.- \quad 2x - \sqrt{x-1} = 3x - 7$$

$$3.- \quad \sqrt{5x-1} + \sqrt{x+3} = 4$$

$$4.- \quad 2\sqrt{x} - \sqrt{x+5} = 1$$

$$5.- \quad \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+3} = 3$$

$$6.- \quad \sqrt{x-3} + \sqrt{2x+1} - 2\sqrt{x} = 0$$

$$7.- \quad \sqrt{5x-1} - \sqrt{3-x} = \sqrt{2x}$$

$$8.- \quad \sqrt{3x+1}\sqrt{5x} = \sqrt{16x+1}$$

$$9.- \quad \sqrt{2x} + \sqrt{4x-3} = 3$$

$$10.- \quad \sqrt{x+3} + \frac{6}{\sqrt{x+3}} = 5$$

$$11.- \quad \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} = 5$$

$$12.- \quad 2\sqrt{x} = \sqrt{x+7} + \frac{8}{\sqrt{x+7}}$$

$$13.- \quad \sqrt{x} + \sqrt{x+8} = 2\sqrt{x}$$

$$14.- \quad \sqrt{6-x} + \sqrt{x+7} - \sqrt{12x+1} = 0$$

www.hverdugo.cl