**INSTITUTO TÉCNICO INDUSTRIAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS**
**CÁLCULO DIFERENCIAL**

**TEMA: DERIVADA DE UN FUNCION**
**DOCENTE: ESTHER BLANCO**

http://www.youtube.com/watch?v=KHuO1CK5fhs
http://www.youtube.com/watch?v=yW-jtRgmrC8&NR=1
http://www.youtube.com/watch?v=A6Vp18ctfWc&NR=1
http://www.youtube.com/watch?v=A6Vp18ctfWc&NR=1

## FUNCIÓN DERIVADA

## INCREMENTO

$$f(x) = 2x^2;\ calcular\ el\ incremento$$
$$cuando\ x_1 = 2\ , y, x_2 = 2.1$$
$$2(2.1)^2 - 2(2)^2$$
$$8.82 - 8 = 0.82$$

***Mientras que "x" cambia desde 2 hasta 2.1, "y" varía 0.82***

- **Un pequeño incremento en la variación del precio de un artículo produce variación en la demanda del artículo.**
- **La población de bacterias en un cultivo, varía a medida que el tiempo transcurre.**

$$f(x+h) - f(x)$$

$f(x+h)$ **Es el incremento de "y" para un incremento "h" de "x"**

## DEFINICIÓN DE DERIVADA

**Sea f una función definida en los reales, la derivada de f es otra función f ' y tal que su valor en cualquier punto de "x" del dominio de f está dada por**

$$\boxed{f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$

**Siempre que este límite exista.**

**Ejemplo:**

$$Si\ f(x) = 2x^2, \qquad hallar\ f'(x)$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{2(x+h)^2 - 2x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{2(x^2+2xh+h^2) - 2x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{2x^2+4xh+2h^2 - 2x^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{4xh+2h^2}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{h(4x+2h)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\ (4x+2h)$$

$$f'(x) = 4x$$

## NOTACIÓN DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN

**Los símbolos utilizados para denotar la derivada de una función son los siguientes:**

$$\boxed{F'(x),\ \ Se\ lee: \text{“}La\ derivada\ de\ f(x)\text{”}}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx},\ \ se\ lee: \text{"}Derivada\ de\ \text{"}y\text{"}\ con\ respecto\ a\ x\text{"}}$$

$$\boxed{y',\ \ se\ lee\ \text{"}Derivada\ de\ y\text{"}}$$

$$\boxed{D_\chi, f(x)\ \ \ se\ lee\text{"}La\ derivada\ con\ respecto\ a\ x\ de\ f\text{"}}$$

## REGLAS DE DERIVACION

$$\boxed{\mathbf{1.}\, Si\ f(x)=k, donde\ c \in R\ , entonces\ F'(x)=0}$$

**LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE ES IGUAL A CERO.**

**Ejemplo:**

$$f(x)=7$$
$$f\ '(x)=0$$

$$\boxed{\mathbf{2.}\, Si\ n\ es\ un\ entero\ positivo\ y\quad f(x)=x^{n}\ , entonces\ f(x)=nx^{n-1}}$$

**Ejemplo:** $f(x)=\ x^3$

$$f\ '(x)=\ 3x^2$$

*Ejemplo*: $f(x)=x^5$

$$f\ '(x)=5x^4$$

***3. Si f(x)=x, entonces, f ’(x)=1***

*Ejemplo*:

$$f(x)=x^3-x^2+x$$
$$f\ '(x)=3x^2-2x+1$$

$$\boxed{\mathbf{4.}\, Si\ g(x)=cf(x), entonces\ g'\ (x)=cf'(x)}$$

*Ejemplo*: $f(x)=4x^3$

$$f\ '(x)=12x^2$$

$$\boxed{\mathbf{5.}\, Si\ h(x)=f(x)+g(x), entonces\ h'(x)=\ f'(x)+g'(x)}$$

*Ejemplo*: $f(x)=4x^3-2x^2+5x-1$

$$f\ '(x)=12x^2-4x+5$$

$$\boxed{\mathbf{6.}\, Si\ h(x)=f(x)\ .\ g(x), entonces\ h'(x)=f\ '(x).\ g(x)\ +\ f(x).\ g\ '(x)}$$

***LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE DOS FUNCIONES ES IGUL A LA DERIVADA DE LAPRIMERA FUNCIÓN POR LA SEGUNDA MÁS LA PRIMERA POR LA DERIVADA DE LA SEGUNDA FUNCIÓN.***

*Ejemplo*:

$$f(x)=(x^2+2x).(3x+1)$$
$$f'(x)=(2x)(3x+1)+(x^2+2x)(3)$$
$$f'(x)=6x^2+2x+3x^2+6$$
$$f'(X)=9x^2+8x$$

$$\boxed{7.\ Si\ h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}\ entonces\quad h'\ (x)\ =\frac{f\ '(x).g(x)-\ f(x).g\ '(x)}{[g(x)]^2}}$$

***LA DERIVADA DEL COCIENTE DE DOS FUNCIONES ES IGUAL AL LA DERIVADA DEL NUMERADOR POR EL DENOMINADOR MENOS NUMERADOR POR LA DERIVADA DEL DENOMINADOR, DIVIDIDO ENTRE EL DENOMINADOR AL CUADRADO.***

*Ejemplo*: $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^3-3}$

$$f'(x)=\frac{4x(x^3-3)-2x^2(3x^3)}{[x^3-3]^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^4-12x-6x^4}{[x^3-3]^2}$$

$$f'(x)=\frac{-2x^4-12x}{[x^3-3]^2}$$

$$\boxed{\mathbf{8.}\, Si\ f(x)=\ x^{-1}, entonces\quad F'(x)=\ -1x^{-n-1}}$$

*Ejemplo*:

$$f(x)=\frac{1}{x^7}\ =\ x^{-7}$$

$$f'(x)=-7x^{-8}$$

### *EJERCICIOS*

***Aplicar las reglas para calcular las derivadas de las siguientes funciones*:**

1. $F(x)=\ x^3-2x^2+4x-7$
2. $F(x)=\ 5x^2-9x$
3. $F(x)=\ 18x^8\ -\ x^4$
4. $G(x)=\ 2x^2+5\ 4x-1$
5. $D_\chi\ =\ 3x^4-1\ 3x^3+2$
6. $F(x)=(5x+4)(7x+2)$
7. $F(x)=(3x+4)(2x-6)$
8. $f(x)=(x^2-3)(3x+1)$
9. $f(x)=\frac{2x+1}{3x+2}$
10. $f(x)=\frac{5x-2}{3x+1}$