AXIOMAS DE ORDEN

Tienen como propósito estudiar las propiedades de orden de los números reales

DESIGUALDADES

Una desigualdad es una expresión algebraica relacionada por los signos

- Mayor que (>)
- Menor que (<)
- Mayor o igual que (≥)
- Menor o igual que (≤)

RELACION DE ORDEN ENTRE LOS NUMEROS REALES

Si a, b Є $\mathscr{R}$

i) $a < b$ sí y solo sí, $b - a$ es positivo. Ej. $-10 < -6 \rightarrow -6 -(-10) = 4$

$3 < 5 \rightarrow 5 - 3 = 2$

ii) $a > b$ sí y solo sí, $a - b$ es positivo Ej. $7 > 2 \rightarrow 7 - 2 = 5$

$-2 > -7 \rightarrow -2 - (-7) = 5$

Si a,b Є $\mathscr{R}$

i) $a \leq b$ si y solo si $a < b$, o bien, $a = b$

ii) $a \geq b$ si y solo si $a > b$, o bien, $a = b$

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

1. Si $a < b$ y $c < d \rightarrow a + c < b + d$.

Ej. $2 < 5$

$7 < 10$

$2 + 7 < 5 + 10$

Si $a > b$ y $c > d \rightarrow a + c > b + d$

Ej $-3 > -5$

$4 > 1$

$-3 + 4 > -5 + 1$

Si dos desigualdades del mismo sentido se suman miembro a miembro la desigualdad no cambia de sentido.

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

2. Si $a < b$, $c \in \mathscr{R} \rightarrow a \pm c < b \pm c$

Ej. $-4 < 7$

$-4 + 2{,}5 < 7 + 2{,}5$

$-1{,}5 < 9{,}5$

Si $a > b$, $c \in \mathscr{R} \rightarrow \mathbf{a \pm c} > b \pm c$

Ej. $3 > -1$

$3 - 5 > -1 - 5$

$-2 > -3$

Si sumamos o restamos un mismo número real a ambos miembros de la desigualdad, la desigualdad resultante no cambia de sentido.

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

3. Si $a < b$, $c > 0 \rightarrow a.c < b.c$, y, $a/c < b/c$

Ej. $4 < 10$ | $4 < 10$

$4 . 2 < 10. 2$ | $4/2 < 10/2$

$8 < 20$ | $2 < 5$

Si $a > b$, $c > 0 \rightarrow a.c > b.c$,y, $a/c > b/c$

Ej. $15 > 9$ | $15 > 9$

$15 . 3 > 9 . 3$ | $15/3 > 9/3$

$45 > 27$ | $5 > 3$

Si se multiplica o divide a ambos miembros de una desigualdad por un <u>número real positivo</u> la desigualdad resultante no cambia de sentido.

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

4. Si $a < b$, y, $c < 0 \rightarrow a \cdot c > b \cdot c$,y, $a/c > b/c$

Ej.

$3 < 12$	$3 < 12$
$3\,(-3) > 12\,(-3)$	$3\,/\,(-3) > 12/\,(-3)$
$-9 > -36$	$-1 > -4$

Si $a > b$, y, $c < 0 \rightarrow a \cdot c < b \cdot c$, y, $a/c < b/c$

Ej.

$3 > -4$	$3 > -4$
$3\,(-2) < -4\,(-2)$	$3\,/\,(-2) < (-4)\,/\,(-2)$
$-6 < 8$	$-3/2 < 2$

Si se multiplica o divide a ambos miembros de una desigualdad por un número real negativo, la desigualdad resultante <u>cambia de sentido.</u>

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

5.

$$a \cdot b > 0 \quad \begin{cases} a > o \ , y, \ b > 0 \\ a < 0 \ ,y, \ b < 0 \end{cases}$$

Ej. $8 > 0$, y , $7 > 0$ $\qquad$ $-5 < 0$,y, $-6 < 0$

$8 \cdot 7 > 0$ $\qquad$ $(-5)(-6) > 0$

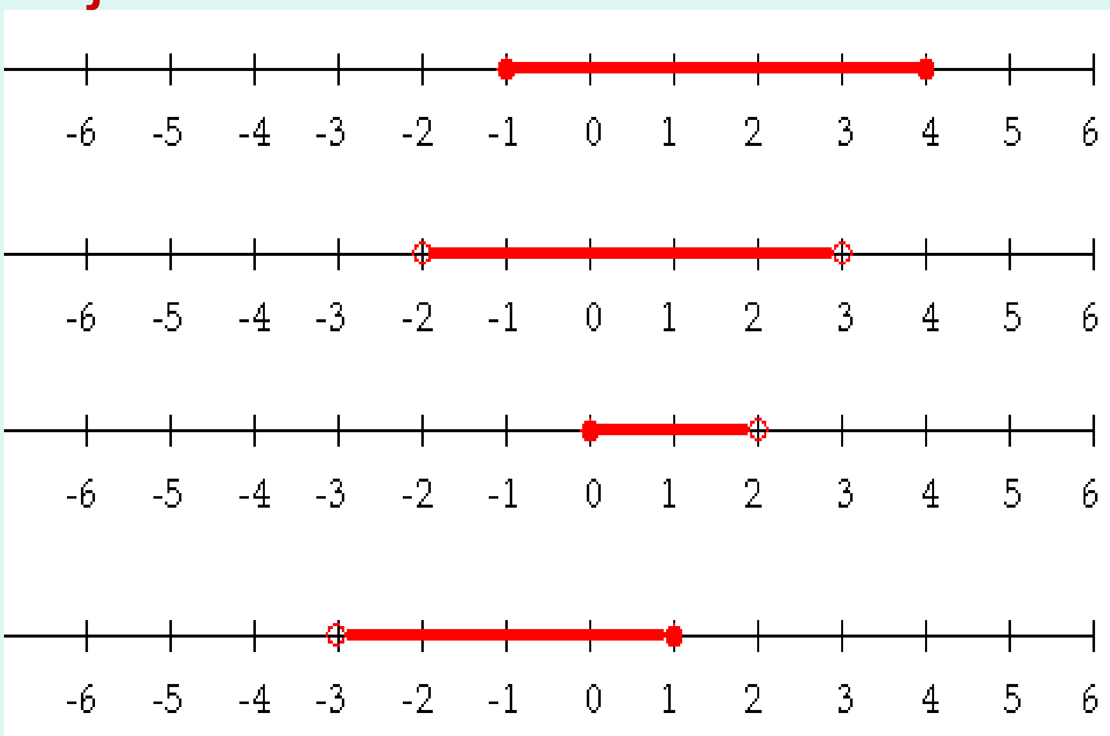
$56 > 0$ $\qquad$ $30 > 0$

El producto de dos números reales es mayor que cero si ambos son positivos o ambos son negativos .

INTERVALOS

Un intervalo de números reales, es un subconjunto de dicho conjunto y puede representarse mediante segmentos de la recta real.

Ej.



$A = \{x \in R / -1 \leq x \leq 4\}$

$B = \{ x \in R / -2 < x < 3\}$

$C = \{ x \in R / 0 \leq x < 2\}$

$D = \{ x \in R / -3 < x \leq 1\}$

CLASES DE INTERVALOS

1. Abierto: (a,b)
2. Cerrado : [a,b]
3. Abierto a derecha: [a,b)
4. Abierto a izquierda: (a,b]
5. Infinitos:

(-∞,a]

(-∞,a]

[a,∞)

(a,∞)

INECUACIONES

Son desigualdades en la que hay una o más variables y que sólo se verifica para determinados valores de las variables

Ej. $\frac{1}{2} \leq x \leq 7$

$x \leq 3x + 5$

$-2x^2 + 6 > -8$

$7x^2 \geq x - 9$

INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Ej: $3x + 3 \geq 5x - 4$

$3x - 5x \geq -4 - 3$

$-2x \geq -7$

$x \leq -7/-2$

$x \leq 7/2$

Conjunto solución: $(-\infty , 7/2)$

$\{x \in R \,/\, x \leq 7/2\}$

Ej: $-2 \leq (2x - 3)/3 < 5$

$$-6 \leq 2x - 3 < 15$$

$$-6 + 3 \leq 2x < 15 + 3$$

$$-3 \leq 2x < 18$$

$$-3/2 \leq x < 9$$

Conjunto solución: $[-3/2, 9)$

$$\{ x \in R \,/\, -3/2 \leq x < 9 \}$$

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Ej: $X^2 + 7X \geq -10$

$X^2 + 7X + 10 \geq 0$

$(X + 5)(X + 2) \geq 0$

$X + 5 = 0$ ó $x + 2 = 0$

$X = -5$ ó $x = -2$

$X = -5$	- - - - -	+ + +	+ + +
$X = -2$	- - - - -	-5 - - -	+ + +
$(X+5)(x+2)$	- - - - -	- - - - - -	-2 + + +

Conjunto solución: (-∞ , -5] Ụ `-2, ∞)

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de x denotado por $|x|$ se define como

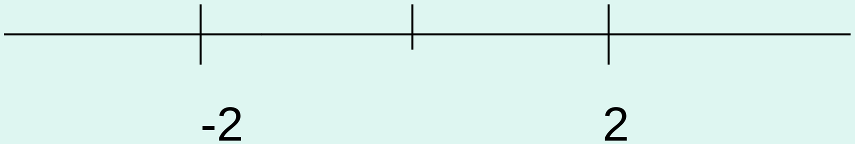
$$|x| = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ \\ -x \text{ si } x < o \end{cases}$$

Ej. $|3| = 3$

$|-5| = -(-5)$
$= 5$

$|8 - 14| = |-6|$
$= -(-6)$
$= 6$

EL VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ES SU DISTANCIA AL CERO SOBRE LA RECTA REAL



PROPIEDADES DELVALOR ABSOLUTO

1. $|x| < a \leftrightarrow -a < X < a$

   $|x| \leq a \leftrightarrow -a \leq X \leq a$

Ej. $|x - 5| < 4$

$-4 < x - 5 < 4$

$1 < x < 9$

Solución: (1 , 9)

PROPIEDADES DELVALOR ABSOLUTO

2. $|x| > a \leftrightarrow x > a$ ó $x < -a$

$|x| \geq a \leftrightarrow x \geq a$ ó $x \leq -a$

Ej. $|3x + 2| > 5$

$3x + 2 > 5$ ó $3x + 2 < -5$

$x > 1$ $x < -7/3$

Solución: $(-\infty,-7/3)$ Ụ $(1, \infty)$

PROPIEDADES DELVALOR ABSOLUTO

3. Si a, b Є **R** **y b diferente de 0** →

i) |a.b|= |a| . |b|

ii) $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$

iii) |a| - |b| ≤ |a-b|