

Asignatura: MATEMÁTICAS GRADO: SEXTO

TEMA: TEORIA DE NÚMEROS.

DESEMPEÑO ESPERADO: Soluciona problemas haciendo uso de los conceptos de Mínimo Común Múltiplo y Máximo Común Divisor.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO:

MÚLTIPLO DE UN NÚMERO:

Los múltiplos de un número son todos aquellos números que resultan de multiplicar dicho número por todos los números Naturales, incluyendo el cero. Se simboliza M_a Ejemplo:

$$M_5 = \{ 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots \}$$

PROPIEDADES DE LOS MÚLTIPLOS:

- Todo múltiplo es múltiplo de sí mismo.
- Cero es múltiplo de todo número.
- El conjunto de múltiplos de un número es infinito.

ACTIVIDADES:

1) Halla los 6 primeros múltiplos de los siguientes conjuntos:

- a) M_2 b) M_3 c) M_5
- d) M_8 e) M_{10} f) M_{20}

2) Halla el número que cumple con cada grupo de condiciones:

a) Impar menor que 50 b) Par menor que 40 c) Par mayor que 50 y menor que 60

Múltiplo de 3

Múltiplo de 12

Múltiplo de 8

Múltiplo de 5

Múltiplo de 6

Múltiplo de 7

DIVISORES DE UN NÚMERO: Son todos aquellos números que dividen exactamente dicho número. Se simboliza D_a . Ejemplo:

$$D_8 = \{ 1, 2, 4, 8 \}$$

PROPIEDADES DE LOS DIVISORES.

- Todo número es divisor de sí mismo.
- Uno es divisor de todo número.
- El conjunto de divisores de un número es finito.

Los criterios de Divisibilidad son reglas que permiten determinar si un número es divisible entre otro, sin necesidad de efectuar la división.

En la siguiente tabla se presentan los criterios de divisibilidad de uso más frecuente.

DIVISIBILIDAD ENTRE	CRITERIO
DOS	Si la última cifra es cero o par.
TRES	Si la suma de sus cifras es múltiplo de tres.
CUATRO	Si sus dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de cuatro.
CINCO	Si la última cifra es cero o cinco.
SEIS	Si es divisible entre dos y entre tres.
NUEVE	Si la suma de sus cifras es múltiplo de nueve.
DIEZ	Si la última cifra termina en cero.

3) Escribe el conjunto de todos los divisores de cada número.

- a) D_{16} b) D_7 c) D_{14} d) D_{20} e) D_9 f) D_{12}
g) D_{25} h) D_{70} i) D_{30} j) D_{42} k) D_{10} l) D_{100}

4) Completa con las palabras múltiplo y Divisor cada expresión para que sea verdadera.

- a) 25 es _____ de 5 e) 8 es _____ de 32
b) 24 es _____ de 8 f) 4 es _____ de 20
c) 12 es _____ de 60 g) 20 es _____ de 4
d) 6 es _____ de 36 h) 1 es _____ de 100

5) Determina si los siguientes números son divisibles entre tres.

- a) 90 c) 1.210 e) 1.235
b) 60 d) 729 f) 124

6) Halla un múltiplo y un Divisor de:

- a) 6 b) 15 c) 24 d) 40 e) 64

7) Elabora una tabla indicando si cada uno de los siguientes números es divisible entre: 2, 3, 4, 5, 9, o ,10

- a) 39 c) 250 e) 370 f) 3.722
b) 12 d) 190 f) 420 g) 4600

8) Cambia el orden de las cifras para obtener otro número que cumpla la condición dada.

a) Número: 1.703

b) Número: 4.853

c) Número: 9.561

Condición: Divisible entre 2

Condición: Divisible entre 4

Condición: Divisible entre 6

9) Resuelve:

a) En una clase hay 35 estudiantes. ¿ De cuántas maneras se pueden agrupar, para realizar un trabajo de matemáticas, de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de estudiantes?

b) Con 80 cuadrados, cuantos rectángulos de formas distintas y sin que sobren cuadrados se pueden formar?

c) En un colegio hay 240 alumnos. El coordinador desea saber si se pueden formar 6,8,10 ,12 y 15 filas con un número exacto e igual de alumnos. Ayuda al coordinador a resolver su problema.

NÚMEROS PRIMOS

Un número natural es primo si y solo si tiene exactamente dos divisores diferentes que son 1 y él mismo.

NÚMEROS COMPUESTOS

Un número Natural es compuesto si tiene más de dos divisores diferentes

10) Halla todos los divisores de cada uno de los siguientes números. Luego, determina cuáles números son primos Y cuáles son compuestos.

a) 18

d) 3

g) 7

j) 1

m) 23

b) 47

e) 5

h) 11

k) 12

n) 13

c) 2

f) 9

i) 6

l) 17

o) 25

CRIBA DE ERATÓSTENES

El Matemático, filósofo y astrónomo Griego Eratóstenes del siglo III a.C. ideó un método para hallar los números primos, hasta determinado número, llamado CRIBA DE ERATÓSTENES, y que consiste en ir eliminando múltiplos de algunos números de la siguiente manera:

-En tu cuaderno: Se Escriben los números de 1 a 10 en fila dejando un espacio entre cada número.

-Debajo en columna se escriben los números del 11 al 20 y así sucesivamente hasta llegar al número 100.

-Se tacha el número 1.

-El 2 tiene solo dos divisores por lo tanto es primo, no lo tachamos. Luego tachamos todos los múltiplos de 2.

-El 3 es primo, no lo tachamos. Entonces tachamos los múltiplos de 3.

- El 5 y 7 son primos, no los tachamos. Luego tachamos los múltiplos de 5 y 7.

-Los números que quedan sin tachar son los números primos menores de 100. En conclusión los números primos son: Escríbelos en tu cuaderno.

11)

8	7	9	3	45	24	1	2	13
	12	36	14					

Escoge del tablero los números indicados y justifica tu respuesta:

a) Dos números primos: _____

b) Dos números divisibles por 2 y 3: _____

c) Dos números cuya suma sea es un número primo: _____

d) Dos números cuya diferencia es un número primo: _____

12) Cualquier número compuesto puede escribirse como el producto de números primos: Por ejemplo:

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

Escribe cada número compuesto como producto de números primos.

a) 15 = _____ b) 20 = _____ c) 21 = _____

d) 24 = _____ e) 36 = _____ f) 48 = _____

g) 35 = _____ h) 84 = _____ i) 49 = _____

j) 72 = _____ k) 90 = _____ l) 81 = _____

13) Determina el valor de verdad de las proposiciones y justifica tu respuesta.

a. Todos los números primos son impares ()

b. Un número puede ser primo o compuesto ()

c. Todos los números pares son compuestos ()

d. Todos los números impares son números primos ()

e. El número 1 no es ni número primo ni compuesto ()

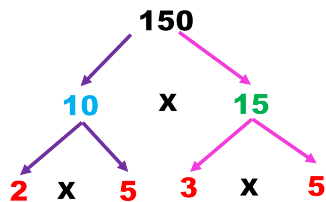
FACTORIZACIÓN DE UN NÚMERO

Factorizar un número significa expresar dicho número como un producto de números primos.

La factorización de un número se conoce con el nombre de descomposición en factores primos.

Para descomponer número compuesto en factores primos se usan dos métodos: El diagrama de árbol o las divisiones entre sus divisores primos.

- Factorizar el número 150



EJEMPLO DIAGRAMA DE ÁRBOL

-Se escribe el número dado.

- Se buscan dos números cuya multiplicación sea 84.

-Se buscan dos números cuya multiplicación sea 10 15.

$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 5^2$$

-Se debe seguir buscando los números hasta que al final solamente haya números primos.

EJEMPLO DE DESCOMPOSICIÓN POR DIVISIONES SUCESIVAS:

1050		2
525		3
175		5
35		5
7		7
1		
$1050 = 2 \times 3 \times 5^2 \times 7$		

Para factorizar un número usando el método de divisiones sucesivas, se divide entre la serie de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13..., tantas veces como se pueda, hasta obtener como cociente la unidad.

Para determinar entre cuáles números se puede dividir, se utilizan los criterios de divisibilidad.

14) Haz un diagrama de árbol de factores para los siguientes números.

- | | | | |
|-------|--------|--------|----------|
| a) 34 | c) 110 | e) 300 | g) 1.000 |
| b) 87 | d) 130 | f) 250 | h) 2.500 |

15) Realiza la descomposición en factores primos de los siguientes números utilizando divisiones sucesivas.

- | | | | | | |
|--------|--------|--------|----------|----------|----------|
| a. 32 | b. 84 | c. 249 | d. 1.000 | e. 3.900 | f. 1.500 |
| g. 110 | h. 320 | i. 999 | j. 3.600 | k. 1.234 | l. 7.200 |

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

El **Máximo Común divisor** de dos o más números es el mayor número de los divisores comunes de dichos números.

Si a , b y c son números naturales, el **Máximo Común Divisor** de a, b y c se simboliza $\text{mcd}(a, b, c)$.

Para hallar el **Máximo Común Divisor** de dos o más números se emplean dos métodos utilizando los conjuntos de divisores o descomposición en factores primos.

16. Halla el mcd de cada grupo de números utilizando conjuntos de divisores.

- | | |
|------------|----------------|
| a) 2 y 4 | d) 22 y 32 |
| b) 14 y 15 | e) 18, 35 y 40 |
| c) 20 y 24 | f) 16, 20 y 28 |

17. Halla el mcd de cada grupo de números, descomponiendo cada número en sus factores primos.

a) 10 y 15

c. 27,20 y 81

e. 25,50,75 y 150

b) 14,16 y 42

d. 70,140 y 210

f.100,150,200,250,300

18.PROBLEMAS DE APLICACIÓN:

a)En una floristería hay 100 rosas rojas y 72 rosas amarillas, para elaborar ramos. Si cada ramo debe tener la misma cantidad de rosas de cada color. ¿Cuál es la mayor cantidad de rosas de cada color que debe tener cada ramo?

b)Marta tiene un rollo de cinta verde de 90m y un rollo de cinta roja de 120m.¿Cuántos metros de cinta debe usar para cada moño, si quiere que todas las cintas sean de la misma longitud y no sobre cinta?

c)Ana María tiene que disponer 36 sillas rojas y 42 sillas azules en una sala de conferencias. ¿Cuál es el mayor número de sillas que debe colocar Ana María en cada fila si quiere colocar el mismo número en cada fila?

d)En un colegio se matricularon 180 estudiantes para Sexto, 144 para Séptimo y 108 para Octavo. Se organizarán cursos con igual número de estudiantes, pero buscando que se ocupe el menor número de salones. ¿Cuántos estudiantes debe tener cada curso? ¿Cuántos salones quedarán para cada grado?

e)Se tienen 3 canecas de agua de 15 litros,18 litros y 24 litros, y se quiere envasar el agua en garrafones de igual capacidad. ¿Qué capacidad debe tener el garrafón que permita envasar la mayor cantidad de litros de agua? ¿ Cuántos garrafones se necesitarán para envasar la totalidad del agua?

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El Mínimo Común Múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes de dichos números. El mínimo común múltiplo de los números a y b se simboliza mcm (a, b).

Para hallar el mínimo común múltiplo se utilizan dos métodos: por el conjunto de múltiplos y descomposición en factores primos.

19) Halla el mínimo común múltiplo de cada grupo de números utilizando el conjunto de múltiplos de cada número.

a) 4 y 6

d) 4, 8 y 3

b) 3 y 9

e) 15, 20 y 6

c) 5 y 7

f) 10, 20 y 25

20) Hallar el mínimo común múltiplo de cada grupo de números descomponiéndolos en factores primos.

a) 9, 18, 40

b) 6, 10 y 30

c) 12, 18 y 20

d) 16, 20 y 35

e) 15, 30, 40

f) 9, 15, 21 y 27

g) 100, 150, 200

h) 108, 216 y 430

21) PROBLEMAS DE APLICACIÓN:

a. Un faro se enciende cada 24 segundos, otro cada 30 segundos y otro cada 60 segundos. A las 6 de la tarde se encienden los tres. ¿A qué horas volverán a coincidir los tres al tiempo?

b. De un paradero de buses salen 3 rutas diferentes. De la ruta A sale un bus cada 30 minutos, de la B sale uno cada 15 minutos y de la ruta C sale un bus cada 20 minutos. Si todas las rutas salen a las 7:00 a.m., ¿a qué hora volverán a salir las tres rutas al tiempo? ¿Cuántos buses habrán salido en total hasta ese momento?

c. Tres vendedores se turnan para vender su mercancía en un centro comercial. El primero lo hace cada 6 meses; el segundo cada 7 meses, y el tercero, cada 4 meses. Si hoy se encuentran los tres vendedores, ¿en cuántos meses se volverán a encontrar?

c. Un edificio tiene 30 pisos tiene 3 ascensores. El ascensor 1 se detiene en todos los pisos, el ascensor 2 se detiene cada 2 pisos y el ascensor 3 se detiene cada 3 pisos. ¿En qué pisos se detiene el ascensor 2? ¿En qué pisos se detiene el ascensor 3? ¿En qué piso se detiene al tiempo, por primera vez, los tres ascensores?

d. En una granja hay un gallo, un canario y un azulejo. Supón que el gallo canta cada 7 minutos, que el canario lo hace cada 14 minutos y el azulejo, cada 22 minutos. Si en este momento cantaran al mismo tiempo las tres aves, ¿en cuántos minutos volverán a coincidir los tres cantos?

e. Un médico ordena a un paciente tomar una pastilla cada 8 horas y aplicar una inyección cada 9 horas. Si inicia el tratamiento tomándose la pastilla y haciéndose aplicar la inyección a la misma hora, ¿al cabo de cuántas horas vuelven a coincidir los dos medicamentos?